

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гаврилов Сергей Александрович
Должность: И.О. Ректора
Дата подписания: 08.07.2026 16:07:57
Уникальный программный ключ:
f17218015d82e3c1457d1df9e244def505047355

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет
«Московский институт электронной техники»
Институт ФПМ

УТВЕРЖДЕН

на заседании ученого совета института ФПМ

«26» июля 2026 г., протокол № 3

Директор института ФПМ

Н.И. Боргардт Н.И. Боргардт

ФОНД

ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО ПОДКОМПЕТЕНЦИИ ОПК-1.ЛАиАГ Способен применять знания линейной алгебры и аналитической геометрии при решении задач профессиональной деятельности

КОМПЕТЕНЦИИ ОПК-1 Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе применения естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования

Дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

УГСН 28.00.00 – Нанотехнологии и наноматериалы

Направление подготовки – 28.03.03 «Наноматериалы»

СОГЛАСОВАНО

Начальник АНОК:

И.М. Никулина
«26» 07 20 26 г.

Москва, 2026

1. ХАРАКТЕРИСТИКА КОМПЕТЕНЦИИ/ПОДКОМПЕТЕНЦИИ

ОПК-1 Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе применения естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования.

ОПК-1.ЛАиАГ Способен применять знания линейной алгебры и аналитической геометрии при решении задач профессиональной деятельности.

Индикаторы достижения компетенций/ подкомпетенций:

Знает основные положения матричной алгебры, аналитической геометрии, теории линейных пространств и линейных операторов, квадратичных форм.

Умеет исследовать геометрические объекты и их свойства координатным методом; умеет исследовать и решать системы линейных алгебраических уравнений, оперировать с матрицами, находить собственные числа и собственные векторы линейных операторов, определять типы квадратичных форм.

Имеет опыт построения и исследования простейших математических моделей реальных объектов и процессов с использованием аппарата линейной алгебры и аналитической геометрии.

2. ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ СФОРМИРОВАННОСТИ ПОДКОМПЕТЕНЦИИ

Индикаторы достижения сформированности подкомпетенции	Показатели оценки	Название оценочного средства
Знает основные положения матричной алгебры, аналитической геометрии, теории линейных пространств и линейных операторов, квадратичных форм.	1. Сформулированные определения понятий и утверждения	Теоретические вопросы экзаменационного билета
	2. Приведенные доказательства утверждений	Теоретические вопросы экзаменационного билета
Умеет исследовать геометрические объекты и их свойства координатным методом; умеет исследовать и решать системы линейных алгебраических уравнений, оперировать с матрицами, находить собственные числа и собственные векторы линейных операторов, определять типы квадратичных форм.	1. Выполненные решения типовых задач на изученный материал	Типовые математические задачи (примеры) экзаменационного билета

Индикаторы достижения сформированности подкомпетенции	Показатели оценки	Название оценочного средства
<i>Имеет опыт</i> построения и исследования простейших математических моделей реальных объектов и процессов с использованием аппарата линейной алгебры и аналитической геометрии	1. Составленная математическая модель практической задачи	Практико-ориентированное задание
	2. Проведенное исследование составленной математической модели практической задачи	Практико-ориентированное задание

3. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕРКИ УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ

3.1. Название оценочного средства: Теоретические вопросы экзаменационного билета.

3.1.1. Описание типового задания: сформулировать определения, записать формулы, привести формулировки утверждений, доказать утверждения из программы экзамена (модули «Матрицы, определители, СЛАУ», «Аналитическая геометрия» и «Линейные пространства»).

Программа экзамена

1. Векторы на плоскости и в пространстве: определения и линейные операции.
2. Разложение вектора по неколлинеарным и некомпланарным векторам.
3. Базис на плоскости и в пространстве. Система координат, деление отрезка в заданном отношении.
4. Проекция вектора на направленную прямую и на вектор.
5. Скалярное произведение и его свойства.
6. Векторное произведение и его свойства.
7. Смешанное произведение и его свойства.
8. Прямая на плоскости: различные виды уравнения прямой.
9. Прямая на плоскости: взаимное расположение, угол между прямыми, условия перпендикулярности. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
10. Плоскость в пространстве: различные виды уравнения плоскости.
11. Плоскость в пространстве: взаимное расположение, угол между плоскостями, условие перпендикулярности. Расстояние от точки до плоскости.
12. Прямая в пространстве: различные виды уравнений прямой.
13. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Вычисление угла между прямыми в пространстве и угла между прямой и плоскостью.
14. Описание и виды матриц. Операции над матрицами.
15. Перестановки и подстановки.
16. Определение определителя n -го порядка. Вывод правил вычисления определителей 2-го и 3-го порядков, исходя из общего определения.
17. Определители n -го порядка: определитель транспонированной матрицы.
18. Определители n -го порядка: перестановка строк в определителе.
19. Определители n -го порядка: умножение строки на число; умножение строки определителя на число и прибавление её к другой строке.
20. Разложение определителя по элементам строки или столбца.
21. Обратная матрица: определение, единственность, критерий обратимости.
22. Обратная матрица: определение, основные свойства, вычисление с помощью элементарных преобразований.
23. Ранг матрицы. Теорема о ранге ступенчатой матрицы. Элементарные преобразования над строками матрицы и ранг матрицы.

24. Линейная зависимость строк матрицы. Теорема о ранге матрицы.
25. Правило Крамера для решения систем линейных уравнений.
26. Совместность системы. Теорема Кронекера – Капелли.
27. Метод Гаусса для решения систем линейных уравнений.
28. Системы линейных однородных уравнений. Свойства решений системы линейных однородных уравнений. Теорема о существовании фундаментальной системы решений.
29. Связь общего решения неоднородной системы линейных уравнений с общим решением соответствующей однородной системы.
30. Определение линейного (векторного) пространства и его основные свойства.
31. Линейная зависимость векторов линейного пространства. Размерность и базис линейного пространства.
32. Базис линейного пространства. Переход к новому базису. Подпространства линейного пространства.
33. Скалярное произведение в линейном пространстве, евклидово пространство. Теорема Пифагора, неравенства Коши-Буняковского и треугольника.
34. Ортонормированный базис евклидова пространства. Линейная независимость системы попарно ортогональных ненулевых векторов. Скалярное произведение в ортонормированном базисе.
35. Ортогональная матрица, переход от ортонормированного базиса евклидова пространства к ортонормированному базису.
36. Преобразования декартовых прямоугольных координат на плоскости.
37. Линейные операторы. Основные определения. Матрица линейного оператора.
38. Линейные операторы. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
39. Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения.
40. Квадратичные формы: определение, матричная запись, классификация квадратичных форм, критерий Сильвестра (без доказательства).

В экзаменационный билет включаются 4 вопроса из программы экзамена на проверку знаний определений, формул, формулировок утверждений, один вопрос на доказательство

Примеры теоретических вопросов экзаменационных билетов.

Билет № 1

1. Написать формулу разложения определителя квадратной матрицы по строке или столбцу.
2. Определение скалярного произведения двух геометрических векторов.
3. Написать формулу для вычисления расстояния между скрещивающимися прямыми
 $l_1: \frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{b_1} = \frac{z-z_1}{c_1}$ и $l_2: \frac{x-x_2}{a_2} = \frac{y-y_2}{b_2} = \frac{z-z_2}{c_2}$.
4. Написать формулы преобразования координат вектора при переходе от «старого» базиса к «новому» базису в n -мерном линейном (векторном) пространстве.
5. Доказать критерий обратимости матрицы.

Билет № 2

1. Определение подстановки n -й степени.
2. Определение векторного произведения двух геометрических векторов.
3. Написать формулу для вычисления расстояния от точки $M(x_0; y_0)$ до прямой $l: Ax + By + C = 0$.
4. Сформулировать критерий Сильвестра.
5. Доказать свойство ассоциативности операции умножения матриц.

Билет № 3.

1. Определение определителя n -го порядка.
2. Сформулировать теорему Кронекера – Капелли.
3. Написать формулу для вычисления величины угла между прямыми
 $l_1: \frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{b_1} = \frac{z-z_1}{c_1}$ и $l_2: \frac{x-x_2}{a_2} = \frac{y-y_2}{b_2} = \frac{z-z_2}{c_2}$.
4. Определение размерности линейного пространства.
5. Доказать правило Крамера.

Билет № 4.

1. Написать формулу деления отрезка в заданном отношении.
2. Определение смешанного произведения трех геометрических векторов.
3. Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки.
4. Определение линейного оператора.
5. Доказать теорему о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам.

Полный комплект билетов хранится в институте ФПМ.

3.1.2. Условия выполнения задания

Место выполнения – учебная аудитория, назначенная для приема экзамена.

Время на выполнение задания – 40 минут.

Материально-техническое обеспечение: не требуется.

Программное обеспечение: не требуется.

Список литературы и информационных источников: не используется.

3.1.3. Условия начисления баллов по критериям оценивания

Показатель оценки	Критерий оценивания достижения показателя	Условия начисления баллов по критерию	Количество баллов
Показатель 1 Сформулированные определения понятий и утверждения	Критерий 1 Корректные определения, формулировки утверждений	Дано корректное определение понятия или формулировка утверждения	2 за каждый пункт задания
		Допущены неточности в определениях или формулировках, исправленные при собеседовании	1 за соответствующий пункт задания
		Допущены грубые ошибки в определениях или формулировке утверждения	0 за соответствующий пункт задания
Показатель 2 Приведенные доказательства утверждений	Критерий 1 Корректные доказательства утверждений	Приведено корректное доказательство утверждения	5
		Допущены неточности в доказательстве в доказательстве утверждения, исправленные при собеседовании	3
		Утверждение не доказано или допущены грубые ошибки в доказательстве утверждения	0
Суммарный балл по показателям:			13

3.2. Название оценочного средства: Типовые математические задачи (примеры) экзаменационного билета.

3.2.1. Описание типового задания: решить задачи (примеры), аналогичные задачам (примерам), решаемым на практических занятиях (модули «Матрицы, определители, СЛАУ», «Аналитическая геометрия» и «Линейные пространства»).

Примеры математических задач (примеров) экзаменационных билетов.

Билет № 1

1. Вычислить $A^T - 2B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 1 & -2 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$.

2. Дано: $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \pi/3$. Найти: $|3\vec{a} - 2\vec{b}|$.

3. При каком a плоскости $x + 2y - 3z + 5 = 0$ и $ax - y + 4z + 1 = 0$ перпендикулярны?

4. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

5. С помощью критерия Сильвестра установить тип квадратичной формы:
 $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 6x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3$.

Билет № 2

1. Вычислить AB , если $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$.

2. Даны векторы $\vec{a} = (1; -2; 3)$ и $\vec{b} = (2; 1; -3)$. Найти координаты вектора $[\vec{a} + \vec{b}, 2\vec{a} - \vec{b}]$.

3. Написать уравнение медианы BD треугольника с вершинами $A(3; 2)$, $B(5; -2)$, $C(1; 0)$.

4. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$.

5. С помощью критерия Сильвестра установить тип квадратичной формы:
 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 2x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$.

Билет №3

1. Решить матричное уравнение $X \cdot \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Проверить, компланарны ли векторы $\vec{a} = (2; 1; -3)$, $\vec{b} = (1; -4; 1)$ и $\vec{c} = (3; -2; -2)$.

3. Найти расстояние между параллельными плоскостями $x - 2y - 2z - 12 = 0$ и $x - 2y - 2z - 6 = 0$.

4. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$.

5. С помощью критерия Сильвестра установить тип квадратичной формы:
 $f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - x_2x_3$.

Билет №4

1. Методом элементарных преобразований найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$.

3. Написать уравнение высоты BD треугольника с вершинами $A(-2; 2)$, $B(2; -1)$, $C(3; 1)$.

4. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$.

5. С помощью критерия Сильвестра установить тип квадратичной формы:
 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + 6x_3^2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3$.

Полный комплект билетов хранится в институте ФПМ.

3.2.2. Условия выполнения задания

Место выполнения – учебная аудитория, назначенная для приема экзамена.

Время на выполнение задания – 40 минут.

Материально-техническое обеспечение: не требуется.

Программное обеспечение: не требуется.

Список литературы и информационных источников: не используется.

3.2.3. Условия начисления баллов по критериям оценивания

Показатель оценки	Критерий оценивания достижения показателя	Условия начисления баллов по критерию	Количество баллов
Показатель 1 Выполненные решения типовых задач на изученный материал	Критерий 1 Методы решения выбраны правильно, получен верный ответ	Метод решения выбран правильно, получен верный ответ	3 за каждый пункт задания
		Метод решения выбран правильно, но допущены вычислительные ошибки, исправленные при собеседовании	2 за соответствующий пункт задания
		Метод решения и понятия применены неправильно или допущены грубые вычислительные ошибки в решениях при правильно выбранном методе	0 за соответствующий пункт задания
Суммарный балл по показателю:			15

4. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕРКИ ПРИОБРЕТЕНИЯ ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

4.1. Название оценочного средства: Практико-ориентированное задание.

4.1.1. Описание типового задания: Составить математическую модель практической задачи и исследовать ее (модули «Матрицы, определители, СЛАУ», «Аналитическая геометрия» и «Линейные пространства»).

Примеры типовых заданий.

1. Выполнить расчет заработной платы, приходящийся на каждый ремонт двигателя при изготовлении деталей цилиндра поршневой группы, если известны следующие данные:

а) затраты рабочего времени в часах и на каждое изделие:

Изделие	Затраты на рабочем месте				
	1	2	3	4	5
Шатун	2	1	4	5	0
Поршень	1	4	2	5	2
Поршневой палец	0	1	0	3	4

б) количество изделий (в штуках) в каждом ремонте:

Ремонт	Количество изделий		
	Шатун	Поршень	Поршневой палец
Двигатель 1	0	4	2
Двигатель 2	0	2	4
Двигатель 3	5	1	0

в) часовая заработная плата (в рублях) на каждом рабочем месте:

Рабочее место	Часовая заработная плата
1	130
2	150
3	140
4	140
5	130

2. На судне необходимо установить топливную емкость в форме пирамиды, параметры которой следующие: вершины в точках $A(2;3;1)$, $B(4;1;-2)$, $C(6;3;7)$, $D(-5;-4;8)$. Найти:

а) объем вмещающегося топлива; б) площадь грани ABC ; в) длину высоты DE пирамиды.

3. Для ремонта одно-, двух-, трехкомнатных квартир многоквартирного жилого дома необходимо провести малярные, обойные и стекольные работы. Нормы затрат времени на каждый из видов работ приведены в таблице:

Тип работ	Затраты времени на отделку одной квартиры (чел-ч)			Общие затраты рабочего времени
	Однокомнатная квартира	Двухкомнатная квартира	Трехкомнатная квартира	
Малярные	20	35	50	1580
Обойные	60	75	85	3100
Стекольные	6	9	12	396

Определить количество одно-, двух-, трехкомнатных квартир в доме.

4. Луч света направлен по прямой $L_1 : x - 2y + 5 = 0$. Дойдя до прямой $L_2 : 3x - 2y + 7 = 0$, луч от нее отразился. Составить уравнение прямой, на которой лежит отраженный луч.

4.1.2. Условия выполнения задания

Место выполнения – дома или помещение для самостоятельной работы студентов.

Время на выполнение задания – 60 минут.

Материально-техническое обеспечение: не требуется.

Программное обеспечение: не требуется.

Список литературы и информационных источников: не используется.

4.1.3. Условия начисления баллов по критериям оценивания.

Показатель оценки	Критерий оценивания достижения показателя	Условия начисления баллов по критерию	Количество баллов
Показатель 1 Составленная математическая модель практической задачи	Критерий 1 Верная математическая модель	Математическая модель составлена верно	6
		Описание математической модели неполное, уточненное при собеседовании	3
		Математическая модель составлена неверно	0
Показатель 2 Проведенное исследование составленной математической модели практической задачи	Критерий 1 Верное исследование математической модели	Методы для решения математической модели выбраны верно, получен верный ответ	4
		Методы для решения математической модели выбраны верно, но имеются вычислительные ошибки, исправленные при собеседовании	3
		Методы для решения математической модели выбраны неверно или имеются грубые ошибки в расчетах	0
Суммарный балл по показателям:			10

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОЦЕДУРЕ ОЦЕНИВАНИЯ

Оценка выполнения варианта экзаменационного билета и решения практико-ориентированного задания осуществляется лицами, преподающими дисциплину «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

На подготовку по билету студенту дается время 80 минут. Перед получением экзаменационного билета студенты сдают выполненные дома письменные решения практико-ориентированного задания.

Задания экзаменационного билета выполняются письменно. Все студенты группы начинают подготовку одновременно в назначенное время по заранее составленному расписанию.

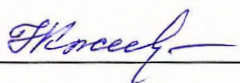
По окончании подготовки преподаватели осуществляют проверку письменных работ и проводят со студентом собеседование по заданиям экзаменационного билета и решению практико-ориентированного задания. По итогам собеседования выносится оценка в баллах за выполнение заданий варианта экзаменационного билета и решение практико-ориентированного задания.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ О СФОРМИРОВАННОСТИ ПОДКОМПЕТЕНЦИИ

Подкомпетенция считается сформированной, если студент получил за выполнение варианта экзаменационного билета и решение практико-ориентированного задания не менее 14 баллов.

РАЗРАБОТЧИК ФОС

Доцент института ФПМ, к. ф.-м. н.

 /Н.Н. Консевич/