

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гаврилов Сергей Александрович
Должность: И.О. Ректора
Дата подписания: 08.07.2026 15:57:50
Уникальный программный ключ:
f17218015d82e3c1457d1df9e244def505047355

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет
«Московский институт электронной техники»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
А.Г. Балашов
«27» *августа* 2026 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

**УГСН 12.00.00 – Фотоника, приборостроение, оптические и биотехнические системы
и технологии**

Направление подготовки – **12.03.04 «Биотехнические системы и технологии»**

Москва, 2026

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательных программ:

Компетенции	Подкомпетенции, формируемые в дисциплине	Индикаторы достижения компетенций
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетеchnические знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с разработкой, проектированием, конструированием, технологиями производства и эксплуатации биотехнических систем	ОПК-1.ЛАиАГ Способен применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии в инженерной деятельности, связанной с разработкой, проектированием, конструированием, технологиями производства и эксплуатации биотехнических систем	<i>Знает</i> основные положения матричной алгебры, аналитической геометрии, теории линейных пространств и линейных операторов, квадратичных форм. <i>Умеет</i> исследовать геометрические объекты и их свойства координатным методом; умеет исследовать и решать системы линейных алгебраических уравнений, оперировать с матрицами, находить собственные числа и собственные векторы линейных операторов, определять типы квадратичных форм. <i>Имеет опыт</i> построения и исследования простейших математических моделей реальных объектов и процессов с использованием аппарата линейной алгебры и аналитической геометрии.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в обязательную часть Блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы, изучается на 1 курсе в 1-м семестре (очная форма обучения).

Входные требования к дисциплине: знание программы по математике в рамках полного школьного среднего образования.

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Курс	Семестр	Общая трудоёмкость (ЗЕ)	Общая трудоёмкость (часы)	Контактная работа					Самостоятельная работа		Промежуточная аттестация
				Лекции (часы)	Лабораторные работы (часы)	Практические занятия (часы)	Текущий контроль/ групповые консультации (часы)	Промежуточная аттестация (часы)	Текущая СР (часы)	Подготовка к экзамену (часы)	
1	1	5	180	32	–	48	16	6	48	30	Экз

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ и наименование модуля	Контактная работа					Самостоятельная работа		Формы текущего контроля	
	Лекции	Лабораторные работы (часы)	Практические занятия (часы)	Текущий контроль/ групповые консультации (часы)	Промежуточная аттестация (часы)	Текущая СР (часы)	Подготовка к экзамену (часы)		
1. Матрицы, определители, СЛАУ	14	–	16	6	6	18	30	Контрольная работа № 1	
								Защита индивидуального задания № 1	
								Коллоквиум	
2. Аналитическая геометрия	8	–	16	6		16		30	Контрольная работа № 2
									Защита индивидуального задания № 2
3. Линейные пространства	10	–	16	4		14		30	Контрольная работа № 1
									Защита индивидуального задания № 3

4.1. Лекционные занятия

№ модуля дисциплины	№ лекции	Объем занятий (часы)	Краткое содержание
1	1	2	Матрицы и их различные виды. Операции над матрицами, основные свойства операций. Доказательство свойств.
	2-3	4	Перестановки и подстановки. Теорема о числе перестановок. Теорема о транспозиции. Определитель n -го порядка. Правила вычисления определителей 2-го и 3-го порядков. Свойства определителя n -го порядка. Вычисление определителя приведением к верхнетреугольному виду. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Доказательство свойств определителя и теоремы о разложении определителя.
	4	2	Обратная матрица, её вычисление через присоединённую матрицу, свойства обратной матрицы и некоторые её применения. Доказательства свойств обратной матрицы и метода её вычисления через присоединённую. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Понятие о линейной зависимости строк (столбцов) матрицы. Теорема о базисном миноре с доказательством.
	5-6	4	Ранг матрицы. Теорема о неизменности ранга матрицы при элементарных преобразованиях строк или столбцов (с доказательством), вычисление ранга с помощью элементарных преобразований. Произвольные системы линейных уравнений. Правило Крамера (с доказательством). Критерий совместности (теорема Кронекера – Капелли) с доказательством. Метод Гаусса.
	7	2	Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Теорема о существовании ФСР (с доказательством). Общее решение системы неоднородных уравнений.
2	8-9	4	Геометрические векторы. Линейные операции над векторами. Теорема о разложении вектора по неколлинеарным и некомпланарным векторам. Базис. Декартовы координаты. Деление отрезка в заданном отношении. Проекция вектора на ось (на вектор). Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Доказательства свойств.

	10-11	4	Прямая на плоскости: различные виды уравнений прямой; взаимное расположение прямых; угол между прямыми; расстояние от точки до прямой. Плоскость в пространстве: различные виды уравнений плоскости; взаимное расположение плоскостей; угол между плоскостями; расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве: различные виды уравнений прямой; взаимное расположение прямых; угол между прямыми и между прямой и плоскостью; расстояние от точки до прямой и между прямыми.
3	12	2	Собственные векторы и собственные значения матрицы. Линейное пространство: аксиоматическое определение, размерность и базис. Переход к новому базису. Подпространства линейного пространства.
	13-14	4	Скалярное произведение в линейном пространстве. Евклидово пространство: определение, норма, теорема Пифагора, неравенства Коши – Буняковского (с доказательством), неравенство треугольника. Ортонормированный базис, процесс ортогонализации Шмидта. Линейные операторы в евклидовом пространстве (самосопряжённые, ортогональные) и их матрицы.
	15	2	Свойства линейных пространств. Связь между базисами линейного пространства и координатами вектора в различных базисах. Линейный оператор: определение, матрица. Собственные значения и векторы линейного оператора, их свойства. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду путём перехода к новому базису.
	16	2	Квадратичная форма: определение, линейное преобразование неизвестных, ранг, канонический вид, основная теорема о приведении к каноническому виду. Определённые квадратичные формы, критерий Сильвестра.

4.2. Практические занятия

№ модуля	№ практического занятия	Объём занятий (часы)	Краткое содержание
1	1	2	Матрицы и операции над ними.
	2	2	Определители 2-го и 3-го порядков. Системы линейных уравнений: правило Крамера.
	3	2	Определитель n -го порядка и его свойства. Вычисление определителя приведением к верхнетреугольному виду. Разложение определителя по элементам строки или столбца.
	4-5	4	Обратная матрица, её вычисление через присоединённую матрицу и с помощью элементарных преобразований.

			Ранг матрицы, его вычисление с помощью элементарных преобразований. Системы линейных уравнений: правило Крамера.
	6-7	4	Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
	8	2	Контрольная работа № 1
2	9	2	Геометрические векторы, линейные операции над ними. Разложение вектора по базису. Декартовы координаты. Деление отрезка в заданном отношении.
	10	2	Проекция вектора на ось (на вектор). Скалярное произведение векторов и его свойства.
	11-12	4	Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства.
	13-14	4	Прямая на плоскости: различные виды уравнений прямой; взаимное расположение прямых; угол между прямыми; расстояние от точки до прямой.
	15	2	Плоскость в пространстве: различные виды уравнений плоскости; взаимное расположение плоскостей; угол между плоскостями; расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве: различные виды уравнений прямой; взаимное расположение прямых; угол между прямыми и между прямой и плоскостью; расстояние от точки до прямой и между прямыми.
	16	2	Контрольная работа № 2
3	17-18	4	Линейное пространство: определение, базис. Связь между базисами линейного пространства. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому. Линейные подпространства.
	19	2	Евклидово пространство: определение, норма, неравенство Коши-Буняковского, процесс ортогонализации Шмидта.
	20-21	4	Линейный оператор: определение, матрица, собственные векторы и собственные значения. Нахождение координат образа вектора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду путём перехода к новому базису.
	22-23	4	Квадратичная форма: определение, ранг, приведение к каноническому виду методом Лагранжа и ортогональным преобразованием. Определённые квадратичные формы, критерий Сильвестра.
	24	2	Контрольная работа № 3

4.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

4.4. Самостоятельная работа студентов

№ модуля дисциплины	Объем занятий (часы)	Вид СРС
1	2	Работа с учебными пособиями, конспектами лекций, ресурсами ОРИ-ОКС http://orioks.miet.ru/ и Интернет по освоению содержания лекций
	8	Выполнение текущих домашних работ по темам практических занятий модуля.
	2	Подготовка к контрольной работе № 1.
	4	Выполнение индивидуального задания № 1.
	2	Подготовка к коллоквиуму.
2	2	Работа с учебными пособиями, конспектами лекций, ресурсами ОРИ-ОКС http://orioks.miet.ru/ и Интернет по освоению содержания лекций
	10	Выполнение текущих домашних работ по темам практических занятий модуля.
	2	Подготовка к контрольной работе № 2.
	2	Выполнение индивидуального задания № 2.
3	2	Работа с учебными пособиями, конспектами лекций, ресурсами ОРИ-ОКС http://orioks.miet.ru/ и Интернет по освоению содержания лекций.
	10	Выполнение текущих домашних работ по темам практических занятий модуля.
	2	Выполнение индивидуального задания № 3.

4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы студентов в составе УМК дисциплины (ОРИОКС// URL: <http://orioks.miet.ru/>):

Общее

- ✓ Семестровый план организации занятий по дисциплине
- ✓ Порядок начисления баллов по накопительной балльной системе оценивания результативности обучения по дисциплине
- ✓ Содержание и порядок проведения экзамена

Модуль 1 «Матрицы, определители, СЛАУ»

- ✓ Конспекты лекций, содержащие изложение теоретического материала модуля, размещенные в ОРИОКС;
- ✓ Учебно-методические рекомендации для выполнения текущих домашних заданий, включающие решение типовых примеров модуля;
- ✓ Видео-лекции по модулю, размещенные в ОРИОКС;

- ✓ Видеозаписи с примерами решения типовых заданий модуля, размещенные в ОРИОКС;
- ✓ Программа, примерный билет и критерии оценки по коллоквиуму.

Модуль 2 «Аналитическая геометрия»

- ✓ Конспекты лекций, содержащие изложение теоретического материала модуля, размещенные в ОРИОКС;
- ✓ Учебно-методические рекомендации для выполнения текущих домашних заданий, включающие решение типовых примеров модуля;
- ✓ Видео-лекции по модулю, размещенные в ОРИОКС;
- ✓ Видеозаписи с примерами решения типовых заданий модуля, размещенные в ОРИОКС.

Модуль 3 «Линейные пространства»

- ✓ Конспекты лекций, содержащие изложение теоретического материала модуля, размещенные в ОРИОКС;
- ✓ Учебно-методические рекомендации для выполнения текущих домашних заданий, включающие решение типовых примеров модуля, размещенные в ОРИОКС;
- ✓ Видео-лекции по модулю, размещенные в ОРИОКС;
- ✓ Видеозаписи с примерами решения типовых заданий модуля, размещенные в ОРИОКС.

6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Высшая математика: В 3-х т.: Учеб. для вузов. Т. 2 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. - 7-е изд., стер. - М. : Юрайт, 2020. - 281 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/449950> (дата обращения: 29.08.2025).
2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учеб. пособие / В.В. Бардушкин, С.Г. Кальней, А.М. Ревякин. – М.: МИЭТ, 2018. – 268 с. – Имеется электронная версия издания. ISBN 978-5-7256-0879-3.
3. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения: Учеб. пособие для вузов / Л. И. Головина. - 5-е стер. изд. - М. : Альянс, 2007. - 392 с. - ISBN 978-5-903-034-31-4.
4. Сборник задач по математике для втузов: Учеб. пособие для втузов: В 4-х ч. Ч. 1 : [Векторная алгебра и аналитическая геометрия; Определители и матрицы системы линейных уравнений; Линейная алгебра; Основы общей алгебры] / А. В. Ефимов [и др.] ; Под ред. А.В. Ефимова, А.С. Поспелова. - 5-е изд., перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2009. - 288 с. - ISBN 5-94052-033-2; -94052-034-0 (Ч.1).
5. Сборник заданий для самостоятельной работы по курсу "Линейная алгебра"/ С. Г. Кальней [и др.]. - М. : МИЭТ, 2004. - 84 с. - Имеется электронная версия издания.

7. ПЕРЕЧЕНЬ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ БАЗ ДАННЫХ, ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

1. Лань: электронно-библиотечная система. – Санкт-Петербург, 2011. – URL: <https://e.lanbook.com/> (дата обращения: 29.08.2025). – Режим доступа: для авториз. пользователей МИЭТ.

2. eLIBRARY.RU: научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000. – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 29.08.2025). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.
3. Math-Net.Ru: общероссийский математический портал: сайт. – Москва, Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, 2020. – URL: <http://www.mathnet.ru/> (дата обращения: 29.08.2025). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Дисциплина реализуется путем проведения лекционных и практических занятий по расписанию в аудиториях вуза, групповых консультаций, а также внеаудиторной самостоятельной работы.

Практические занятия проводятся в форме совместного решения типовых заданий и обсуждения нетиповых задач. После каждого практического занятия студенты выполняют домашнюю работу по теме занятия, состоящую из единого для всех студентов набора типовых и нетиповых заданий. На следующем занятии выполнение домашней работы выборочно проверяется. Возникшие у студентов затруднения обсуждаются.

В обучении используются внутренние электронные ресурсы (видео-лекции, текстовые материалы лекций и практических занятий, указания к выполнению индивидуальных заданий) электронной информационно-образовательной среды ОРИОКС <http://orioks.miet.ru>. Основное назначение этих ресурсов – оказание помощи студентам при самостоятельной работе, а также в самостоятельном освоении отдельных тем дисциплины при пропуске занятий. Они могут также использоваться для более углубленного изучения дисциплины и при подготовке к сдаче промежуточной аттестации, при назначении индивидуальных учебных планов студенту.

Информационно-коммуникативные технологии с использованием сети Интернет применяются для консультирования студентов, приема выполненных индивидуальных заданий, выполнения тестов самопроверки. Применение данных технологий позволяет осуществлять при необходимости более оперативное взаимодействие преподавателя и студента.

При необходимости дисциплина частично может реализовываться с применением дистанционных технологий.

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование учебных аудиторий и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность учебных аудиторий и помещений для самостоятельной работы	Перечень программного обеспечения
Учебная аудитория	Мультимедийное оборудование, Доска	Windows 10 Pro, Microsoft Office Professional Plus 2007, Браузер

Наименование учебных аудиторий и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность учебных аудиторий и помещений для самостоятельной работы	Перечень программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся	Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ОРИОКС	Windows, Microsoft Office, Python, Браузер

10. ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕРКИ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ/ПОДКОМПЕТЕНЦИЙ

Фонд оценочных средств по подкомпетенции ОПК-1.ЛАиАГ Способен применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии в инженерной деятельности, связанной с разработкой, проектированием, конструированием, технологиями производства и эксплуатации биотехнических систем представлен отдельным документом и размещен в составе УМК дисциплины в электронной информационной образовательной среде ОРИОКС // URL: <http://orioks.miet.ru>.

11. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

11.1. Особенности организации процесса обучения.

Дисциплина изучается в первом семестре. Ежеженедельно читается одна лекция и проводится в две недели три практических занятия.

Посещение лекций и практических занятий является обязательным.

Кроме того, еженедельно лектором и преподавателями, ведущими практические занятия, проводятся консультации. Графики консультаций сообщаются лектором и преподавателем и размещаются в ОРИОКС: <http://orioks.miet.ru/>. Посещение еженедельных консультаций, кроме групповых, не является для студентов обязательным за исключением случаев персонального приглашения преподавателем студента на консультацию.

Групповые консультации предназначены для защиты индивидуальных заданий, проведения коллоквиумов и являются обязательными для посещения студентами.

Все содержание дисциплины разбито на три модуля. Каждый модуль является логически завершенной частью курса. Успешность освоения каждого модуля оценивается по результатам выполнения обязательных контрольных мероприятий, а также качеством выполнения студентом текущих домашних заданий к практическим занятиям.

График обязательных контрольных мероприятий разрабатывается и утверждается до начала семестра.

Индивидуальные домашние задания (БДЗ) включают многошаговые практические задания по темам лекций и практических занятий, а также задания прикладной направленности. Помимо этого, для развития цифровых компетенций в БДЗ включены задания, требующие поиска информации, привлечения прикладных математических программ для решения задания и визуализации полученного решения.

Индивидуальные варианты БДЗ выдаются студентам заранее на срок, как правило, не менее двух недель. Студенты выполняют БДЗ в письменной форме в рамках времени, отведённого на самостоятельную работу. Студент должен не только решить задания, но и полно, логично изложить решение. В процессе выполнения студенты могут обратиться за консультацией к преподавателю. Выполненные работы сдаются преподавателю на проверку. Преподаватель помечает ошибки и производит предварительное оценивание. Затем во время групповых консультаций выполнение работ защищается. Защита БДЗ имеет целью: (1) подтвердить самостоятельность выполнения студентом заданий; (2) предоставить студенту возможность улучшить результат путём исправления ошибок (при необходимости преподаватель «подсказывает» студенту пути их исправления). Защиту проводит преподаватель, ведущий практическое занятие по дисциплине. Особое внимание студенты должны обратить на сроки выполнения БДЗ. При нарушении сроков без уважительных причин выполненные задания не проверяются и не оцениваются.

Коллоквиум проводится на групповых консультациях. Студентам не менее чем за 10 дней сообщается программа коллоквиума и уточняется время его проведения. Коллоквиум проводится в два этапа. Первый этап может состоять как в выполнении письменной работы по билетам, содержащим как теоретические, так и практические задания, так и в форме тестирования, включающем также как теоретические, так и практические задания. Второй этап проходит в форме устного собеседования (проверяется качество усвоения студентом доказательств теоретических утверждений). Итоговая оценка выставляется по сумме баллов за 1-й и 2-й этап. Коллоквиум проводят лектор дисциплины, преподаватель, ведущий практические занятия в группе, а также другие преподаватели, имеющие опыт преподавания дисциплины.

В начале семестра студентам предоставляется семестровый план организации занятий по дисциплине. План содержит описание содержания лекций (для каждой лекции описывается ее содержание и указываются параграфы или страницы учебных пособий, а также внешних электронных ресурсов, в которых изложено ее содержание); планы практических занятий с указанием номеров задач из указанной литературы для решения в аудитории и самостоятельно, темы индивидуальных домашних заданий, сроки их выдачи и приема решений; темы, длительность и сроки контрольных работ, используемые базы данных и электронные материалы из ОРИОКС. Семестровый план размещается в ОРИОКС: <http://orioks.miet.ru/>.

Лектор дисциплины или преподаватель может рекомендовать дополнительные учебные материалы в ходе семестра. Они могут размещаться в ОРИОКС.

На первой неделе семестра утверждается порядок начисления баллов по накопительной балльной системе выставления оценки по дисциплине. Данный порядок размещается в ОРИОКС и доступен студентам в личном кабинете.

На лекциях, в связи с имеющимися проблемами у студентов по освоению теоретического материала дисциплины, для обеспечения оперативной обратной связи и контроля за посещением лекций, могут проводиться краткие тесты по выяснению степени усвоения студентами пройденного теоретического материала.

Организация промежуточной аттестации по дисциплине в форме экзамена включает самостоятельную работу студентов во время экзаменационной сессии в соответствии с ее расписанием и контактную работу с преподавателем во время проведения экзамена.

11.2. Система контроля и оценивания.

Для оценки успеваемости студентов по дисциплине используется накопительная балльная система. Порядок начисления баллов за освоение дисциплины в семестрах и на экзаменах утверждается в начале семестра

По сумме баллов выставляется итоговая оценка по дисциплине за семестр.

Структура и график контрольных мероприятий доступен в ОРИОКС <http://orioks.miet.ru/>.

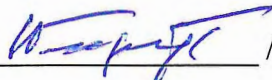
Разработчик:

Доцент Института ФПМ, к. ф.-м. н.

 /Н.Н. Консевич/

Рабочая программа дисциплины «**Линейная алгебра и аналитическая геометрия**» по направлению подготовки **12.03.04 «Биотехнические системы и технологии»** разработана в Институте ФПМ и утверждена на заседании ученого совета Института ФПМ «26» февраля 2026 года, протокол № 3.

Директор Института ФПМ

 /Н.И. Боргардт/

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

Программа согласована с Центром подготовки к аккредитации и независимой оценки качества

Начальник АНОК

 /И.М. Никулина/

Программа согласована с библиотекой МИЭТ

/Директор библиотеки

 /Т.П. Филиппова/