

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники»



И.Г. Игнатова

«18» марта 2022 г.

ПРОГРАММА ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

«Методика обучения школьников решению задач по комбинаторике и теории вероятностей повышенного, предпрофессионального и олимпиадного уровней сложности»

Москва – 2022

1. Цель реализации программы

Цель программы – совершенствование профессиональных компетенций педагогов в области методики обучения школьников решению задач по комбинаторике и теории вероятностей повышенного, предпрофессионального и олимпиадного уровней сложности.

2. Характеристика профессиональной деятельности и (или) квалификации

Область профессиональной деятельности: образование и наука

Вид экономической деятельности: образование

Укрупненная группа специальностей: 44.00.00 Образование и педагогические науки

Квалификация: повышение квалификации ^и проводятся в рамках квалификации «учитель математики» ✓

2. Требования к результатам обучения

Формируемая профессиональная компетенция – Способен организовывать совместную и индивидуальную учебную и воспитательную деятельность обучающихся, в том числе с особыми образовательными потребностями, в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов. *уровни образования*

В результате освоения данной программы слушатель должен.

Знать:

- основные понятия и методы комбинаторики и теории вероятностей;
- необходимые информационные ресурсы и технологии.
- методику обучения решению задач по комбинаторному анализу и теории вероятностей повышенного, предпрофессионального и олимпиадного уровней сложности.

Уметь:

- применять методы комбинаторного анализа и теории вероятностей для решения прикладных задач;
- составлять вероятностные модели случайных явлений и вычислять вероятности наступления событий;
- применять полученные знания для подготовки обучающихся к успешной сдаче государственной итоговой аттестации и единому государственному экзамену;
- применять и разрабатывать необходимые тестовые материалы для проверки сформированности навыков и умений обучающихся.

Иметь практический опыт:

- решения и составления задач по комбинаторике и теории вероятностей повышенного, предпрофессионального и олимпиадного уровней.

3. Содержание программы

Учебный план

программы повышения квалификации

«Методика обучения школьников решению задач по комбинаторике и теории вероятностей повышенного, предпрофессионального и олимпиадного уровней сложности»

Категория слушателей – учителя математики 5 – 11 классов общеобразовательных школ.

Срок обучения: 36 часов (20 часов аудиторной и 16 часов самостоятельной работы).

Форма обучения: очно-заочная, ЭО и ДОТ

№ п/п	Наименование разделов	Всего, час.	В том числе			Образовательные технологии, в том числе ЭО и (или) ДОТ
			Лекции	Практические и лабораторные занятия	Самостоятельная работа	
1	Базовая часть: Содержание и методика преподавания основ комбинаторики и теории вероятностей в школе	4	4			ЭО и ДОТ
2	Профильная часть: Основные темы задач школьного курса комбинаторного анализа и теории вероятностей	32	6	10	16	ЭО и ДОТ
Всего		36	10	10	16	
Итоговая аттестация:		Зачет				

**Учебно-тематический план программы повышения квалификации
«Методика обучения школьников решению задач по комбинаторике и теории вероятностей повышенного, предпрофессионального и олимпиадного уровней сложности»**

№ п/п	Наименование тем разделов / модулей	Всего (час)	В том числе			Образовательные технологии, в том числе ЭО и (или) ДОТ
			Аудиторных		Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические и лабораторные занятия		
1.	Базовая часть: Содержание и методика преподавания основ комбинаторики и теории вероятностей в школе	4	4	–	–	ЭО и ДОТ
1.1	Общие подходы к планированию содержания преподавания основ комбинаторики и теории вероятностей в школе.	–	2	–	–	ЭО и ДОТ
1.2	О методике преподавания и подготовки обучающихся к сдаче единого государственного экзамена.	–	2	–	–	ЭО и ДОТ
2	Профильная часть: Основные темы задач школьного курса комбинаторного анализа и теории вероятностей	32	6	10	16	ЭО и ДОТ
2.1.	Элементы комбинаторики.		2	2	8	ЭО и ДОТ
2.2	Случайные события.		4	8	8	ЭО и ДОТ
	Всего	36	10	10	16	
Итоговая аттестация*			Зачет			

Календарный учебный график

Календарный учебный график составляется в форме расписания занятий при наборе группы и прилагается к программе повышения квалификации.

**Учебная программа
повышения квалификации**

«Методика обучения школьников решению задач по комбинаторике и теории вероятностей повышенного, предпрофессионального и олимпиадного уровней сложности»

Раздел 1. Базовая часть: Содержание и методика преподавания основ комбинаторики и теории вероятностей в школе (4 часа).

Тема 1.1. Общие подходы к планированию содержания преподавания основ комбинаторики и теории вероятностей в школе (2 часа). Формирование содержания разделов теории вероятностей; тесная связь взаимосвязь этих разделов математики между собой и с окружающим миром, как на стадии введения математических понятий, так и на стадии использования полученных результатов. Цели обучения теории вероятностей в общеобразовательной организации. Примерное планирование курса «Теория вероятностей и математическая статистика» в зависимости от длительности изучения курса и специализации обучающихся в образовательной организации. Использование компьютера при преподавании курса.

Тема 1.2. О методике преподавания и подготовки обучающихся к сдаче единого государственного экзамена (2 часа). Наглядность и простота изложения; иллюстрация материала яркими, доступными и запоминающимися примерами; минимальный формализм в записи выражений и определениях; подчеркивание связей вводимых понятий с реальной практикой; использование сквозных примеров и задач при обсуждении разных тем; подбор примеров и задач с учетом различных интересов и возрастных особенностей развития учащихся; моделирование и использование ЭВМ.

Раздел 2. Профильная часть: Основные темы задач школьного курса комбинаторного анализа и теории вероятностей (32 часов)

Тема 2.1. Элементы комбинаторики (12 часов). Понятие выборки. Основные правила и схемы комбинаторики, формула «включений и исключений», бином Ньютона. Методика решения задач на правила «суммы» и «произведения», на схемы размещений и сочетаний (с повторениями и без повторений), на формулу «включений и исключений» и бином Ньютона.

Тема 2.2. Случайные события (20 часов). Предмет теории вероятностей. События, алгебра событий. Вероятностное пространство, свойства вероятности, конечное вероятностное пространство. Классическое определение вероятности, теорема сложения, независимость событий, теорема умножения. Методика решения задач на классическое определение вероятности, на теорему сложения, теорему умножения и независимость событий. Условные вероятности, формула полной вероятности, формулы Байеса. Методика решения задач на условные веро-

ятности, формулу полной вероятности и формулы Байеса. Геометрические вероятности. Методика решения задач на геометрические вероятности. Решение заданий из ЕГЭ прошлых лет.

Перечень практических занятий

Номер темы	Наименование практического занятия	Кол-во часов
2.1.	Решение задач на правила «суммы» и «произведения», на схемы размещений и сочетаний (с повторениями и без повторений), на формулу «включений и исключений» и бином Ньютона.	2
2.2.	Решение задач на классическое определение вероятности, на теорему сложения, теорему умножения и независимость событий.	2
2.2.	Решение задач на условные вероятности, формулу полной вероятности и формулы Байеса.	2
2.2.	Решение задач на геометрические вероятности.	2
2.2.	Решение заданий из ЕГЭ прошлых лет.	2

4. Материально-технические условия реализации программы

Наименование специализированных аудиторий кабинетов, лабораторий	Вид занятия	Наименование оборудования, программного обеспечения
Мультимедийная аудитория	Лекция, практическое занятие	Компьютер с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронно-образовательную среду МИЭТ; акустическое оборудование (микрофон, звуковые колонки), вебкамера с микрофоном). Операционная система Microsoft Windows от 8 версии и выше; Microsoft Office или Open Office, браузер (Firefox/Google Chrome /Explorer); Zoom.

5. Учебно-методическое обеспечение программы

1. Бардушкин В. В., Бардушкина И. В., Волкова С. В., Кальней С. Г., Ревякин А. М., Терещенко А. М. Методика преподавания комбинаторики, теории вероятностей, статистики и сценарии кружковых занятий при их углубленном изучении. Учебное пособие для учителей математики, обучающихся по программе ДОП «Задачи по математике для кружковой работы и подготовки к олимпиадам». – М.: МИЭТ, 2021. – 160 с.: ил. ISBN 978-5-7256-0959-2.

2. Бардушкин В.В., Ревякин А.М., Бардушкина И.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Часть 1: Теория вероятностей: Учеб. пособие. – М.: МИЭТ, 2017.
3. Бардушкин В.В., Ревякин А.М. Сборник заданий для самостоятельной работы студентов по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика». – М.: МГАДА, 2013.
4. Бардушкин В.В., Бардушкина И.В., Гафарова Л.М., Лавров И.В., Ревякин А.М. Сборник заданий для самостоятельной работы студентов по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика». – М.: МИЭТ, 2011.
5. Бунимович Е.А., Булычёв В.А. Учебное пособие для 5–9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Дрофа, 2002
6. Бунимович Е.А. Вероятность и статистика. 5–9 кл.: пособие для общеобразовательных учреждений – М.: Дрофа, 2006.
7. Бунимович Е.А., Булычёв В.А. Вероятность и статистика в курсе математики общеобразовательной школы. – М.: педагогический университет «Первое сентября», 2005.
8. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1969.
9. Виленкин Н.Я. Индукция. Комбинаторика. – М.: Просвещение, 1976.
10. Виленкин Н.Я. Рассказы о множествах. – М., МЦНМО, 2007.
11. Кожухов И.Б., Прокофьев А.А. Математика. Полный справочник. – М.: Махаон, 2005.
12. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. – М.: Наука, 1974.
13. Копылова А.Н, Макаров Ю.Н., Меньшиков М.В., Ревякин А.М., Рыбников К.А., Стечкин Б.С. Комбинаторный анализ: задачи и упражнения / Под ред. К.А.Рыбникова. – М.: Наука, 1982.
14. Макарычев Ю. Н., Миндюк Н.Г. Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей: учебное пособие для 7-9 классов общеобразовательных учреждений / под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2003
15. Мостеллер Ф. Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями. – М.: Наука, 1975.
16. Мордкович А.Г., Семенов П.В. События. Вероятности, статистическая обработка данных: Дополнительные параграфы к курсу алгебры 7–9 классов общеобразовательных учреждений. – Мнемозина, 2003.
17. Ревякин А.М., Бардушкина И.В., Бардушкин В.В. Сборник задач для самостоятельной работы студентов по курсу «Статистика»: учеб. пособие. – М.: МИЭТ, 2016.
18. Ревякин А.М., Бардушкин В.В., Бардушкина И.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Часть 2: Математическая статистика: Учеб. пособие. – М.: МИЭТ, 2017.
19. Реньи А. Трилогия о математике. – М.: Мир, 1980; Его же Диалоги о математике. – М.: Едиториал УРСС, 2010.
20. Студенецкая В.Н. Решение задач по статистике, комбинаторике и теории вероятностей. 7–9 классы. – Волгоград: Учитель, 2005.
21. Теория и практика статистических исследований / Под. ред. А.М. Ревякина и В.В. Костылева. – М.: МГАДА, 2007.
22. Ткачёва М. В., Фёдорова Н. Е. Элементы статистики и вероятность учебное пособие для 7–9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 2004.

23. Тюрин Ю.П., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Яценко И.В. Теория вероятностей и статистика. – М.: МЦНМО: АО «Московские учебники», 2004.

24. Тюрин Ю. П., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Яценко И.В. Теория вероятностей и статистика. Методическое пособие для учителя. – М.: МЦНМО: МИОО, 2005.

25. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее применения. – М.: Мир, 1967, 1984.

Интернет ресурсы

1. Архив журнала «Квант»: <http://www.kvant.info/>
2. Федеральный портал цифровых образовательных ресурсов: <http://school-collection.edu.ru>
3. Учебно-методическая газета: <http://fiz.1september.ru/>
4. Сайт федерального института педагогических измерений: <http://www.fipi.ru/>

6. Оценка качества освоения программы

Оценка качества освоения программы осуществляется аттестационной комиссией по результатам посещаемости курса, выполнения контрольных работ и успешной сдачи зачета.

Слушатель считается аттестованным, если он посетил более 75 % занятий, выполнил выходное тестирование и контрольную работу на положительную отметку (решил правильно не менее 50 % заданий теста и контрольной работы), подготовил наборы задач не менее чем для двух уроков для решения в классе и дома учащимися общеобразовательной организации.

Примеры выходного тестирования и контрольной работы даны в приложении.

7. Составители программы

Зам. директора института ФПМ

Профессор института ФПМ

Доцент института ФПМ

Профессор института ФПМ

С.Г. Кальней, к.ф.-м.н.

В.В. Бардушкин, д.ф.-м.н.

А.М. Ревякин, к.ф.-м.н.

А.М. Терещенко, д.т.н.

Согласовано:

Директор ДРОП

Директор Института ФПМ

Н.Ю. Соколова

Н.И. Боргардт

Выходное тестирование

1. На экзамене по математике были предложены три задачи: одна по алгебре, одна по геометрии, одна по тригонометрии. Из 1000 абитуриентов задачу по алгебре решили 800, по геометрии – 700, по тригонометрии – 600. При этом задачи по алгебре и геометрии решили 600 абитуриентов, по алгебре и тригонометрии – 500, по геометрии и тригонометрии – 400, а 300 абитуриентов решили все задачи. Число абитуриентов, не решивших ни одной задачи, равно:

- 1) 100; 2) 200; 3) 0; 4) 300; 5) 500.

2. В кондитерской имеется 7 видов пирожных одинаковой стоимости. Покупатель выбил чек на 4 пирожных.

а) Число различных способов обслужить этого покупателя равно:

- 1) $\frac{7!}{3!4!}$; 2) $\frac{10!}{4!6!}$; 3) $\frac{11!}{4!7!}$; 4) $\frac{7!}{4!}$; 5) $\frac{10!}{4!}$.

б) Если покупатель берет разные пирожные, то число способов его обслужить равно:

- 1) $\frac{7!}{3!4!}$; 2) $\frac{10!}{4!6!}$; 3) $\frac{11!}{4!7!}$; 4) $\frac{7!}{4!}$; 5) $\frac{10!}{4!}$.

3. Сколько прямых можно провести через 8 точек, никакие 3 из которых не лежат на одной прямой?

- 1) $\frac{8!}{2!}$; 2) $\frac{8!}{3!5!}$; 3) $\frac{8!}{2!6!}$; 4) $\frac{8!}{5!}$; 5) $\frac{8!}{3!}$.

4. Поступающий в высшее учебное заведение должен сдать четыре экзамена. Он полагает, что для поступления будет достаточно набрать 17 баллов. Число различных способов сдать экзамены, набрав не менее 17 баллов и не получив ни одной двойки, равно:

- 1) 25; 2) 17; 3) 5; 4) 33; 5) 31.

5. Количество трехзначных чисел, делящихся на пять, равно:

- 1) 200; 2) 190; 3) 180; 4) 100; 5) 300.

6. В урне 4 белых и 6 черных шаров. Из урны вынимают сразу 2 шара. Вероятность того, что шары разного цвета, равна:

- 1) $8/15$; 2) 1; 3) $3/5$; 4) $1/12$; 5) $2/3$.

7. В магазин поступает продукция трех фабрик, причем продукция первой фабрики составляет 20, второй – 45 и третьей – 35% изделий. Известно, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 3, для второй – 2 и для третьей – 4.

а) вероятность того, что наудачу купленное изделие окажется нестандартным, равна:

- 1) $29/1000$; 2) $9/1000$; 3) $3/20$; 4) $7/20$; 5) $3/20$.

б) вероятность того, что купленное нестандартное изделие произведено на третьей фабрике, равна:

- 1) $9/236$; 2) $14/29$; 3) $1/25$; 4) $1/3$; 5) $3/118$.

8. Пять друзей живут вместе. Они будут тянуть жребий по утрам: кто из них пойдет в магазин купить к завтраку свежего хлеба. На одной из пяти бумажек будет стоять буква X. Кому она

достанется, тот и должен идти за покупкой. Наименьшая вероятность отправиться за хлебом у того из приятелей, кто будет тянуть бумажку:

- 1) первым; 2) последним; 3) вторым;
4) не зависит от порядка вытягивания; 5) третьим.

9. В ящике имеется 10 белых и 5 черных шаров. Наудачу вынимаются три из них. Наиболее вероятно извлечь из урны:

- 1) 3 белых шара; 2) 3 черных шара; 3) 2 белых и 1 черный,
4) 2 черных и 1 белый, 5) все способы равновозможны.

10. Пусть вероятность рождения мальчика равна 0,51. Если в семье пять детей, то вероятность того, что среди них не более двух мальчиков, равна:

- 1) $2 \cdot 0,51$; 2) $C_5^0 \cdot 0,49^5 + C_5^1 \cdot 0,51 \cdot 0,49^4 + C_5^2 \cdot 0,51^2 \cdot 0,49^3$;
3) $C_5^2 \cdot 0,51^2 \cdot 0,49^3$; 4) $1 - C_5^0 \cdot 0,49^5 + C_5^1 \cdot 0,51 \cdot 0,49^4 + C_5^2 \cdot 0,51^2 \cdot 0,49^3$;
5) $C_5^1 \cdot 0,51 \cdot 0,49^4 + C_5^2 \cdot 0,51^2 \cdot 0,49^3$.

11. Наудачу выбирается действительное число x . Вероятность того, что $\sin x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$, равна:

- 1) 1/6; 2) 1/3; 3) 1/2; 4) 1; 5) 1/4.

12. Внутри круга радиуса R наудачу поставлена точка. Вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг квадрата, равна:

- 1) $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$; 2) $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$; 3) $\frac{4}{\pi^2}$; 4) 1; 5) $\frac{2}{\pi}$.

13. Бросают одну игральную кость. Событие A – выпало четное число очков, событие B – выпало число очков, кратное 3. События A и B являются:

- 1) несовместными; 2) независимыми;
3) противоположными; 4) зависимыми.

14. В институте обучаются 730 студентов. Тогда вероятность того, что 1 января окажется днем рождения одновременно у трех студентов, равна: . . .

15. Два шахматиста условились сыграть 10 результативных партий. Вероятность выигрыша в каждой отдельной партии у первого игрока равна 0,6, а у второго 0,4 (ничьи не считаются). Тогда вероятность:

- а) ничейного результата равна:
б) выигрыша первого игрока равна:

Контрольная работа

1. Подбрасываются две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение числа очков делится на 6.
2. В лотерее 25 билетов, из которых 3 выигрышных. Участник лотереи покупает 5 билетов. Найти вероятность того, что он выиграет хотя бы на один билет.
3. Какова вероятность, не целясь, попасть пулей диаметром 1 см в прутья толщиной 1 см, образующие решетку с прямоугольными ячейками размером 6×10 см?

4. Дано: $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,1$, $P(A | \bar{B}) = 0,2$. Найти: $P(B | A)$.
5. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,4. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,22. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.
6. Ковбой Билл попадает в муху на стене с вероятностью 0,8, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Билл стреляет из не пристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,25. На столе лежит 5 револьверов, из них только 2 пристрелянных. Ковбой Билл видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер, стреляет в муху и попадает в нее. Найдите вероятность того, что выстрел был произведен из не пристрелянного револьвера.